

MÉCANIQUE DE LA RUPTURE ET CHARGEMENT CYCLIQUE EN TRANSFORMATIONS FINIES

C. Stolz,

IMSIA-UMR9219, claude.stolz@cnrs.fr

On présente quelques aspects de la mécanique de la rupture des milieux hyperélastiques, on montre en particulier que les champs asymptotiques de contraintes et de déformations n'ont pas les mêmes singularités que ceux des champs en petite transformation, on montre par ailleurs les difficultés inhérentes à la détermination des caractéristiques associées à la rupture.

On présente une approche globale de l'effet Müllins et l'implication d'une déformation rémanente à la décharge. On présente quelques conséquences de ces déformations sur la réponse d'une structure précédemment déformée. On propose un modèle simple pour caractériser la réponse cyclique des élastomères.

Pour un milieu hyperélastique de potentiel \mathcal{W} , l'état de contrainte Θ ne dépend que de l'état actuel des déformations \mathbf{C} . On montre qu'il existe des intégrales de contour invariantes en se référant à la configuration initiale, on introduit l'homologue du tenseur d'Eshelby

$$\mathbf{P} = \mathcal{W} \mathbf{I} - \Theta \cdot \mathbf{F}, \quad \text{Div } \Theta^t = 0, \quad \Theta = \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \mathbf{F}}, \quad \text{Div } \mathbf{P}^t = 0 \quad (1)$$

pour un milieu homogène. Alors, pour une fissure droite, dans un plan, pour des lèvres S^\pm sans contraintes

$$\int_{\Omega} \text{Div } \mathbf{P}^t \, d\omega = \int_{\partial\Omega} \mathbf{N} \cdot \mathbf{P} \, dA = 0 \quad (2)$$

$$S^\pm : \Theta \cdot \mathbf{N} = 0, \quad J = \int_{\Gamma_1} \mathbf{N} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{E}_x \, dA = \int_{\Gamma_2} \mathbf{N} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{E}_x \, dA \quad (3)$$

Il convient alors de caractériser les singularités potentielles des champs pour une fissure droite dans un milieu hyperélastique comme celles d'une fissure droite en chargement anti-plan, et en mode d'ouverture pure.

Quand on gonfle un ballon, ou que l'on allonge une membrane en élastomère, à la décharge on ne recouvre pas l'état initial. Une déformation rémanente existe due divers à divers mécanismes : cristallisation sous contraintes, rupture de ponts entre chaîne, présence d'une réticulation, etc... De façon constitutive, les élastomères sont un assemblage de chaînes plus ou moins enchevêtrées, lors d'une extension cet enchevêtrement change de forme.

L'énergie de déformation d'un polymère est l'énergie stockée par chaque chaîne lors de sa déformation. Une chaîne est caractérisée par son rayon R et sa direction D_α , grandeurs définies par la position des extrémités de la chaîne. Une transformation homogène déforme la direction α comme sa dilatation : $\lambda_\alpha^2 = D_\alpha \cdot \mathbf{C} \cdot D_\alpha$ et l'énergie devient

$$\mathcal{W}(\mathbf{F}) = \int_{\Omega} \int_n p(n, d\Omega_\alpha) \Phi(n, \lambda_\alpha) \, d\Omega_\alpha \quad (4)$$

p est la probabilité de trouver une chaîne de n monomères d'orientation α dans l'angle solide $d\Omega_\alpha$. Au lieu d'intégrer sur toutes les directions, on se limite à N directions et l'on introduit de plus pour chaque direction, une dilatation rémanente λ^l de telle sorte que

$$\mathcal{W}(\mathbf{f}, \lambda_\alpha^l) = \sum_{\alpha} p_{\alpha} \Phi(\lambda_{\alpha}, \lambda_{\alpha}^l) \quad (5)$$

où l'énergie Φ peut-être estimée par la réponse d'un cylindre en traction uni-axiale. Les poids p_{α} étant bien choisis, pour respecter les propriétés de symétries du polymère. On analyse les possibilités de ce modèle simple. À partir de ces résultats, on définit une courbe de traction cyclique qui décrit la réponse "stabilisée" cyclique à partir de laquelle on définit un critère de rupture sous chargement cyclique.