

# Workshop « Soft Material Models »

## Les 01 et 02 juin 2023 à l'Ecole Centrale Casablanca, Maroc

### Effets des propriétés rhéologiques d'une solution polymérique sur la stabilité de l'écoulement laminaire entre deux cylindres coaxiaux oscillants

Mohamed hayani choujaa<sup>1\*</sup>, Mehdi Riahi<sup>2</sup> et Saïd Aniss<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire de Mécanique, faculté des Sciences Ain-Chock, B.P.5366 Mâarif, Casablanca-Maroc

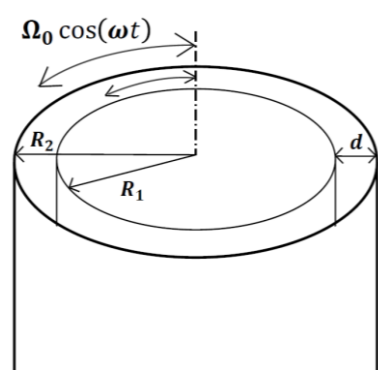
<sup>2</sup>Département de Mécanique, Ecole Royale de l'air, Marrakech-Maroc

## Introduction

Ce travail est consacré à l'étude des effets dus à la nature non linéaire d'un fluide viscoélastique de type Maxwell convecté supérieur sur les paramètres critiques d'instabilité concernant l'écoulement pulsé de Taylor-Couette. Dans ce cadre, une étude de stabilité linéaire de l'écoulement de base est effectuée et mène à un système d'équations aux dérivées partielles qui est résolu par la méthode spectrale pour l'espace et par la méthode de Runge-Kutta combinée avec la théorie de Floquet concernant la dépendance temporelle. Les résultats obtenus permettent de déterminer un critère de stabilité de l'écoulement pulsé tout en mettant l'accent sur l'effet du caractère rhéologique non linéaire du fluide notamment la première différence des contraintes normales sur les nombres de Taylor et d'onde critiques.

## Formulation mathématique

Nous considérons un fluide viscoélastique non linéaire de viscosité cinématique  $\nu$  et de densité  $\rho$  remplissant l'espace annulaire d'épaisseur  $d$  entre deux cylindres coaxiaux où  $d = R_2 - R_1$  et  $R_1$  et  $R_2$  désignent respectivement les rayons des



cylindres intérieur et extérieur. Nous nous intéressons au cas où les deux cylindres sont animés d'une même vitesse angulaire périodique dans le temps :  $\Omega_1(t) = \Omega_2(t) = \Omega_0 \cos(\omega t)$  (voir Fig.1). Le fluide considéré est supposé de type Maxwell convecté supérieur non-linéaire dont la loi de comportement est donnée par :

$$\tau + \lambda \overset{\nabla}{\tau} = 2\eta \mathbf{D}$$

avec :  $\overset{\nabla}{\tau} = \frac{\partial}{\partial t} \tau + \mathbf{u} \cdot \nabla \tau - (\nabla \mathbf{u}^T \cdot \tau + \tau \cdot \nabla \mathbf{u})$

L'écoulement de base est représenté par un champ de vitesse et un tenseur des contraintes pour lequel,

$$\mathbf{u}_0 = \{0; V_\theta^0; 0\} \quad \boldsymbol{\tau}_0 = \{0; \tau_{r\theta}^0; 0; \tau_{\theta\theta}^0; 0; 0\} \quad p_0 = P^0$$

## Limite des mesures rhéologiques due à l'écoulement secondaire déclenché par les instabilités inertielles

Pour mesurer les propriétés rhéologiques des liquides polymères, $\tilde{\gamma}(t) = \gamma_0 \sin(\omega t) \quad \dot{\gamma}(t) = \gamma_0 \omega \cos(\omega t) = \dot{\gamma}_0 \cos(\omega t)$		
	$\gamma \ll 1$	$\gamma \gg 1$
	l'instabilité se produit sur toute la longueur de l'entrefer entre les cylindres	l'instabilité se développe dans une région d'épaisseur mince près des cylindres oscillants appelée couche de Stokes d'épaisseur $\delta$
Fluide Newtonien $\delta = \sqrt{2\nu/\omega}$	Amplitude de déformation critique: $\gamma_0^c = R_1^{1/2} \nu d^{-5/2} \omega^{-1} T_{ac}$	Amplitude de déformation critique: $\gamma_0^c = R_1^{1/2} \nu^{-1/4} \omega^{1/4} T_{ac}$
Fluide de Maxwell $\delta_{Maxwell} = \sqrt{2\nu/\omega} \sqrt{\omega\lambda + \sqrt{1 + (\omega\lambda)^2}}$	-	Amplitude de déformation critique: $\gamma_0^c \approx R_1^{1/2} \omega^{1/4} \nu^{-1/4} (\omega\lambda + \sqrt{1 + (\omega\lambda)^2})^{-1/4} T_{ac}$

## Analyse de stabilité linéaire et Procédure numérique

Pour l'étude de la stabilité linéaire de l'écoulement de base défini précédemment, nous appliquons la procédure classique des perturbations qui consiste à superposer à cet écoulement des perturbations infinitésimales en vitesse, en contrainte et en pression. Nous adoptons la théorie des méthodes de collocation spectrale pour la résolution spatiale du problème de stabilité linéaire. Le système de stabilité s'écrit sous la forme d'un système de Floquet ayant la forme suivante,

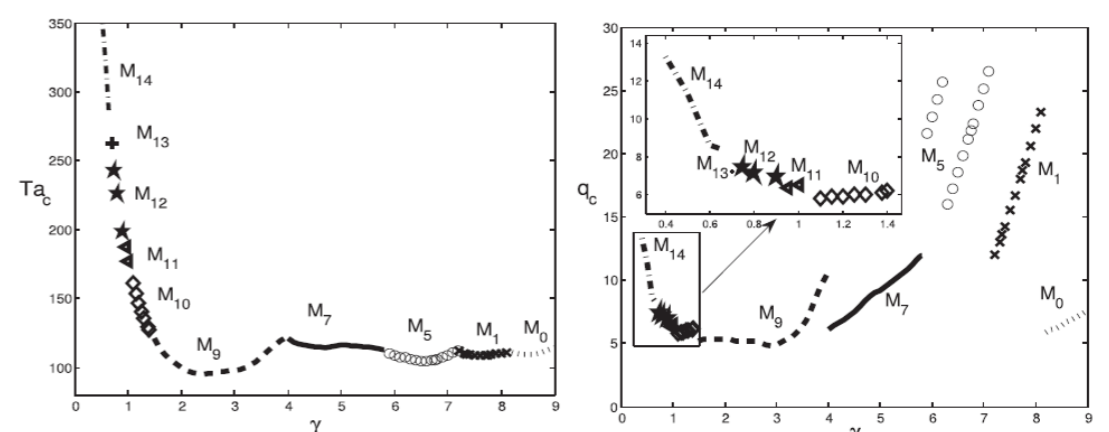
$$\mathbf{B} \frac{\partial}{\partial t} \hat{\mathbf{X}} = \mathbf{M}(t) \hat{\mathbf{X}}$$

Ce système est intégré en utilisant la méthode de Runge-Kutta du quatrième ordre. Enfin, on a une relation entre la fréquence  $\gamma$ , le nombre de Taylor  $T_a$  et le nombre d'onde  $q$  et qui s'écrit formellement sous la forme,

$$\mathcal{R}(T_a, q, \gamma, E) = 0$$

## Résultats

### Diagrammes de stabilité sous l'effet de l'élasticité



### Effet des non-linéarités du modèle de Maxwell convecté supérieur sur le diagramme de stabilité

